

Дополнительные вступительные задачи по механике

1.1 Артиллерийское орудие расположено на горе высотой h . Снаряд вылетает из ствола со скоростью V_0 , направленной под углом α к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите скорость снаряда в момент падения.

1.2 Через блок радиусом R переброшена нить, на концах которой находятся два груза, установленные на одном уровне. Предоставленные самим себе, грузы приходят в равноускоренное движение, и спустя время t один из них оказывается над другим на высоте h . Определите угол поворота блока φ , его угловую скорость и величину полного линейного ускорения точки A , лежащей на ободе блока, для момента времени t . Проскальзыванием нити по блоку пренебречь.

1.3 Из орудия, помещённого в начало координат, нужно попасть в цель с координатами (a, b) . Найдите тангенс угла, который должен составлять при этом ствол орудия с горизонтом, если задана начальная скорость V_0 . Сопротивлением воздуха пренебречь. При каких значениях скорости V_0 возможно попадание в цель?

1.4 Стержень длиной l м шарнирно соединён с муфтами A и B , которые перемещаются по двум взаимно перпендикулярным рейкам. Муфта A движется с постоянной скоростью 30 см/с. Найти скорость муфты B в момент, когда угол $\text{OAB} = 60^\circ$ (точка O - точка соединения реек). Приняв за начало отсчёта времени момент, когда муфта находилась в точке O , определить расстояние OB и скорость муфты B как функцию времени.

2.1 По гладкой горизонтальной плоскости со скоростью V тонкий однородный брусок длиной L . Брусок наезжает на обширный шероховатый участок плоскости. Через какое время брусок остановится, если коэффициент трения равен μ ?

2.2 Три груза массой по 1 кг связаны нитью в цепочку и движутся по горизонтальной плоскости под действием силы 10 Н, направленной под углом 30° к горизонту и приложенной к крайнему телу, так что оно тащит за собой остальные грузы. Определите ускорение системы и силы натяжения нитей, если коэффициент трения равен $0,1$.

2.3 Тело массой m подвесили к потолку на двух соединённых последовательно пружинах с жёсткостью k_1 и k_2 . Пренебрегая массами пружин, найти период малых вертикальных колебаний системы.

2.4 На горизонтальной плоскости с коэффициентом трения k лежит тело массой m . В момент $t = 0$ к нему приложили горизонтальную силу $F = bt$, где b - постоянный вектор. Найдите путь, пройденный этим телом за первые t секунд действия этой силы.

3.1 На подставке лежит тело массой m , подвешенное на пружине жёсткостью k . В начальный момент времени пружина не растянута. Подставку начинают опускать вниз с ускорением a . Через какое время подставка оторвётся от тела? Каким будет максимальное растяжение пружины?

3.2 Брусок совершает гармонические колебания на гладком горизонтальном столе под действием пружины. В момент, когда брусок находится в положении максимального отклонения, на него падает и прилипает кусок пластилина. В результате амплитуда колебаний не изменилась, а период изменился вдвое. Во сколько раз изменилась максимальная скорость бруска?

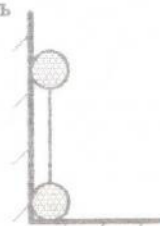
3.3 Шарик массой m падает с высоты H на пружину жёсткости k . Начальная длина пружины L . До какой минимальной длины сожмётся пружина.

3.4 Тело массы M , связанное со стенкой пружиной жёсткости k , лежит на идеально гладком горизонтальном столе. В тело попадает и застревает пуля массы m , летящая горизонтально со скоростью V . Найдите частоту и амплитуду колебаний тела после удара пули.

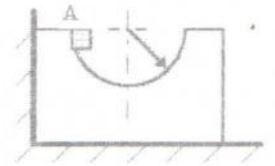
4.1 Тележка с песком движется по горизонтальной плоскости под действием постоянной силы F , совпадающей по направлению с её скоростью. При этом песок высыпается через отверстие в дне с постоянной скоростью μ кг/с. Найдите ускорение тележки в момент времени t , если в момент $t=0$ тележка с песком имела массу m_0 и её скорость была равна нулю. Трением пренебречь.

4.2 Платформа массы m начинает двигаться вправо под действием постоянной силы F . Из неподвижного бункера на неё высыпается песок. Скорость погрузки постоянна и равна μ кг/с. Найдите зависимость ускорения платформы в процессе погрузки от времени. Трением пренебречь.

4.3 Гантелька длины L стоит вертикально в углу. Нижний шарик смещают горизонтально на незначительное расстояние, и гантелька начинает соскальзывать по стенке. Найти скорость нижнего шарика, когда верхний оторвётся от стенки.



4.4 На гладкой горизонтальной поверхности около стенки стоит симметричный брусок массы M с углублением полусферической формы радиуса R . Из точки A без трения соскальзывает маленькая шайба массы m . Найдите максимальную скорость бруска при его последующем движении.



5.1 Ядро массы m , летящее со скоростью V , распадается на два одинаковых осколка. Внутренняя энергия каждого из осколков равна E_2 . Определите максимально возможный угол разлёта осколков, если внутренняя энергия ядра была $E_1 > 2E_2$.

5.2 Снаряд, летящий горизонтально со скоростью V , разбивается на большое число осколков одинаковой массы. Максимальная скорость осколков относительно земли равна U . Считая, что осколки равномерно разлетаются в пространстве с равными стартовыми скоростями, найдите скорость осколков, летящих перпендикулярно направлению движения снаряда.

5.3 На краю покоящейся тележки массы M стоят два человека, каждый массы m . Пренебрегая трением, найдите скорость тележки после того, как оба человека друг за другом прыгнут с неё с одной и той же горизонтальной скоростью U относительно тележки.

5.4 На горизонтальной плоскости покоится шар. С ним сталкивается другой шар такой же массы. Удар абсолютно упругий и нецентральный. Докажите, что шары разлетятся по двум взаимно перпендикулярным направлениям.

6.1 Верёвка длины $L=20$ м переброшена через блок. В начальный момент верёвка висит симметрично и покоится, а затем в результате незначительного толчка начинает скользить по блоку. Будет ли движение верёвки равноускоренным? Какова будет скорость верёвки, когда та слетит с блока? Массой блока пренебречь, его радиус считать малым.

6.2 Небольшая шайба массой m без начальной скорости соскальзывает с гладкой горки высотой h и попадает на доску массой M , лежащую у основания горки на гладкой горизонтальной плоскости. Вследствие трения между шайбой и доской, шайба тормозится, и, начиная с некоторого момента, доска и шайба движутся как единое целое. Определите работу сил трения в этом процессе.

6.3 Шарик массы m , висящий на нити длины L , отводят в сторону так, что нить занимает горизонтальное положение, и отпускают без толчка. Вертикально внизу под точкой подвеса на расстоянии $2/3L$ от неё вбит гвоздь. Какую силу натяжения будет иметь нить в момент, когда она, перегнувшись через гвоздь, займёт горизонтальное положение?

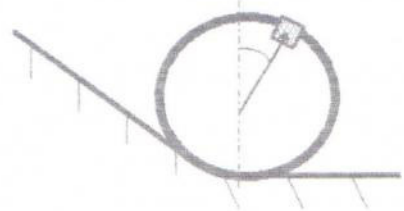
6.4 Два бруска с одинаковой массой $0,2$ кг поставлены на наклонную плоскость с углом наклона 45° . Коэффициент трения верхнего бруска о плоскость $0,01$, нижнего - 1 . Определите силу взаимодействия брусков при их совместном соскальзывании с наклонной плоскости.

7.1 Вокруг горизонтальной оси O может свободно вращаться рычаг, плечи которого равны L_1 и L_2 . На концах рычага укреплены грузы с массами m_1 и m_2 соответственно. Какую скорость будет иметь в нижней точке один из грузов, если первоначально рычаг находился в горизонтальном положении?

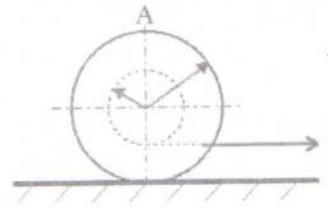
7.2 Локомотив массой m начинает двигаться со станции так, что его скорость меняется по закону $V=bS^{0,5}$, где b - постоянная, S - пройденный путь. Найдите суммарную работу всех сил, действующих на локомотив, за первые t секунд после начала движения.

7.3 Груз массой 1000 кг опускается с помощью лебёдки с постоянной скоростью 4 м/с. Какова будет максимальная сила натяжения троса при внезапной остановке лебёдки, если жёсткость троса $5 \cdot 10^5$ Н/м. Массой троса и трением пренебречь.

7.4 Небольшое тело массой m соскальзывает вниз по наклонному скату, переходящему в мёртвую петлю радиуса R , с минимально необходимой для этого высоты. Пренебрегая трением, определить давление F тела на помост в точке, радиус-вектор которой составляет угол α с вертикалью.



8.1 Катушка с намотанной на неё нитью находится на горизонтальной поверхности стола и катится по ней без скольжения под действием натягиваемой нити. С какой скоростью будет перемещаться ось катушки, если конец нити тянуть в горизонтальном направлении со скоростью U ? Радиус внутренней части катушки r , внешней - R . Каковы будут скорость и ускорение точки A ?



8.2 Определите силу, прижимающую лётчика к сидению самолёта в верхней и нижней точках петли Нестерова, если масса лётчика $m=75$ кг, радиус петли $R=200$ м, а скорость самолёта при прохождении петли постоянна и равна $V=300$ км/ч.

8.3 Пуля массой m летит вертикально вверх, достигает максимальной высоты и вертикально же падает вниз. В каких точках её траектории скорость и ускорение пули принимают максимальное и минимальное значения? Учтите силу сопротивления воздуха f , растущую с увеличением скорости пули.

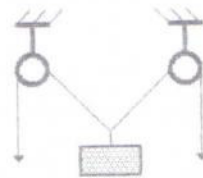
8.4 Начальная скорость брошенного камня 10 м/с, а спустя $0,5$ с она уменьшилась до 7 м/с. На какую максимальную высоту над начальным уровнем поднимется камень?

9.1 На горизонтальном диске, вращающемся вокруг вертикальной оси, лежит брусок на расстоянии r от оси диска. Определите максимальную угловую скорость вращения диска, при которой брусок ещё будет находиться в покое относительно диска, если максимальный коэффициент трения бруска о диск равен k .

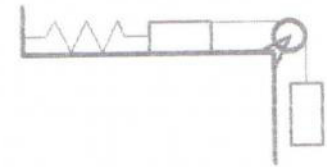
9.2 На диске, вращающемся вокруг вертикальной оси, укреплен вертикальный стержень, к верхнему концу которого привязана нить. К концу нити прикреплен металлический шарик. С какой угловой скоростью вращается диск, если нить составляет с вертикалью угол 45° . Длина нити $L=6$ см, расстояние от стержня до оси вращения $r=10$ см.

9.3 На внутренней поверхности конической воронки с углом 2α при вершине на высоте h от вершины находится шайба. Коэффициент трения между шайбой и поверхностью воронки μ . Найти минимальную угловую скорость вращения конуса вокруг вертикальной оси, при которой шайба будет неподвижна относительно воронки.

9.4 Рабочие, поднимающие груз, тянут канаты с одинаковой скоростью V . Какую скорость U имеет груз, когда угол между канатами, к которым он прикреплен, равен 2α .



К задаче 9.4.



К задаче 10.1.

10.1 В системе масса каждого бруска $m=0,5$ кг, жёсткость пружины $k=40$ Н/м, коэффициент трения между бруском и плоскостью $\mu=0,2$. Массы пружины и блока пренебрежимо малы. Система пришла в движение с нулевой начальной скоростью и недеформированной пружиной. Найдите максимальную скорость брусков.

10.2 На концах нити, переброшенной через блок, висят на одинаковой высоте две гири массой $m_1=96$ г каждая. На одну из них положили перегрузок, система пришла в движение, и через время $t=3$ с расстояние между гирями стало $h=1,6$ м. Определите ускорение тел, массу перегрузка m_2 , силу натяжения нити T , силу давления N_1 перегрузка на гирю и силу давления N на ось блока. Нить считать невесомой и нерастяжимой, массой блока пренебречь, трение в блоке не учитывать.

10.3 Орудие массы m соскальзывает по гладкой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. В момент, когда скорость орудия оказалась V , произвели выстрел, в результате которого орудие остановилось. Вылетевший в горизонтальном направлении снаряд "унёс" импульс p . Продолжительность выстрела t . Найдите среднее за это время значение силы реакции R со стороны наклонной плоскости.

10.4 На две частицы - одну массой m , летящую со скоростью V , другую массой $2m$, летящую со скоростью $V/2$ перпендикулярно к траектории первой, - в течение некоторого времени действуют постоянные одинаковые по модулю и направлению силы. К моменту прекращения действия сил первая частица начинает двигаться со скоростью V в направлении, перпендикулярном к начальному. С какой скоростью будет двигаться при этом вторая частица?